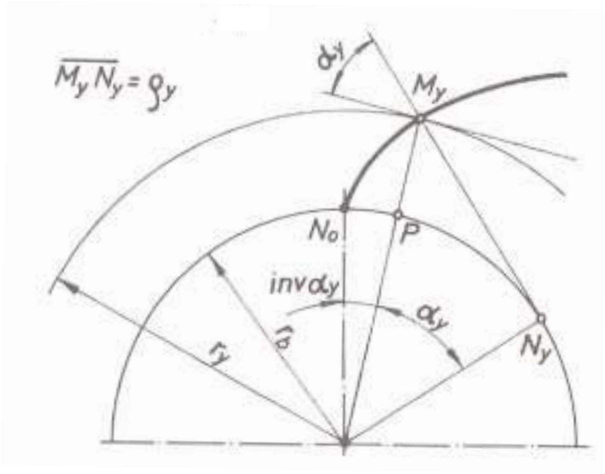
ЕВОЛВЕНТА КРУГА

Настаје котрљањем праве без клизања по основном кругу полупречника r_b, еволвенту описују тачке праве.

- N_0 - почетна тачка еволвенте,
- α_y - нападни угао, угао нормале (нападне линије) у посматраној тачки M_y и тангенте повучене на кружницу полупречника r_y кроз исту тачку,
- ρ_y - полупречник кривине еволвенте у тачки M_y,
- Из правоуглог троугла OM_yN_y следи:



$$\cos\alpha_y = \frac{r_b}{r_y} \quad \text{................................} \ (1)$$

$$\sin\alpha_y = \frac{\rho_y}{r_y} \quad \text{...............................} \ (2)$$

$$tg\alpha_y = \frac{\rho_y}{r_y} = \frac{\overline{M_yN_y}}{r_b} \quad \text{.................} \ (3)$$

Комбиновањем једначина (1) и (2) добија се:

$$(1)^2 + (2)^2 \Rightarrow 1 = \frac{r_b^{\ 2} + \rho_y^{\ 2}}{r_y^{\ 2}} \Rightarrow \rho_y = \sqrt{r_y^{\ 2} - r_b^{\ 2}}$$

- $\Theta_y = inv\alpha_y$ - еволвентни угао, угао између потега (полупречника, радијуса) почетне тачке еволвенте N_0 и потега тачке M_y,
- Како имамо котрљање праве без клизања по основном кругу онда следи да је кружни лук $\left(\overset{\frown}{N_0N_y}\right)$ једнак дужи $\overline{M_yN_y}$, па се може писати:

$$\overset{\frown}{N_0N_y} = \overset{\frown}{N_0P} + \overset{\frown}{PN_y} = r_b \cdot \Theta_y + r_b \cdot \alpha_y = r_b \cdot (\Theta_y + \alpha_y) = \overline{M_yN_y} = r_b \cdot tg\alpha_y$$

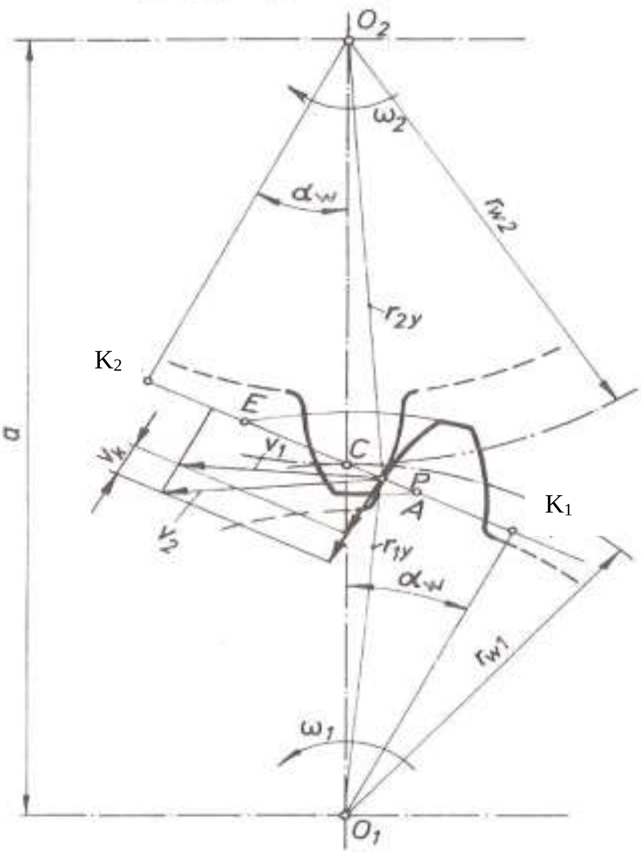
У обзир је узета и једначина (3),
Посматрањем задње три једнакости претходне једначине добија се:

$$\Theta_y + \alpha_y = tg\alpha_y \Rightarrow \Theta_y = inv\alpha_y = tg\alpha_y - \alpha_y$$

- Профил зубаца се мења са променом величине зупчаника. Кривина профила је утолико мања уколико је пречник основне кружнице мањи.

ОСНОВНИ ЗАКОН СПРЕЗАЊА

1. **Да би се остварило преношење обртног кретања** са једног зупчаника на други неопходно је да профили зубаца у свакој тренутној тачки додира имају заједничку тангенту односно нормалу, иначе би један зубац продирао у други,
2. **За континуално преношење кретања компоненте обимних брзина** у правцу заједничке нормале морају бити једнаке, иначе би дошло до удара или не би дошло до преношења обртног кретања,



Тачка „ А “ представља тренутни додир зупчаника „ 1 “ и „ 2 “,
Посматрајмо додир зупчаника у тачки „ А “ (истовремено припада и зупчанику „ 1 “ и зупчанику „ 2 “):

- у односу на зупчаник „ 1 “ тачка „ А “ има обимну брзину: $V_{A1} = \omega_1 \cdot r_{1y}$,
- у односу на зупчаника „ 2 “ тачка „ А “ има обимну брзину: $V_{A2} = \omega_2 \cdot r_{2y}$,
- V_{A1} је нормална (окомита, под правим углом 90°) на r_{1y} ,а V_{A2} нормална на r_{2y}
- На основу закона спрезања компоненте у правцу заједничке нормале су једнаке:

$V_{A1n} = V_{A2n}$

$$r_{1y} \cdot \omega_1 \cdot \cos\alpha_{1y} = r_{2y} \cdot \omega_2 \cdot \cos\alpha_{2y} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{2y} \cdot \cos\alpha_{2y}}{r_{1y} \cdot \cos\alpha_{1y}} = \frac{\overline{O_2K_2}}{\overline{O_1K_1}} = \frac{\overline{CK_2}}{\overline{CK_1}} \text{ .... (1)}$$

На основу сличности троуглова O_1CK_1 и O_2CK_2 имамо релације:

$\frac{\overline{O_2K_2}}{\overline{O_1K_1}} = \frac{\overline{CK_2}}{\overline{CK_1}} = \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_1C}}$, па из једначине (1) добијамо:

$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_1C}} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}}$, гдје су r_{w1} и r_{w2} полупречници кинематских кружница,

Из последње једнакости добија се:

$\omega_1 \cdot \overline{O_1C} = \omega_2 \cdot \overline{O_2C}$

$\omega_1 \cdot r_{w1} = \omega_2 \cdot r_{w2}$, па се могу извући сљедеће законитости:

$V_1 = V_2$

тачка „ C “ – представља тачку у којој су обимне брзине у правцу заједничке тангенте и у правцу заједничке нормале једнаке, тј. имамо котрљање без клизања. Тачка „ C “ се назива тренутним полом релативних брзина спрегнутих зупчаника тј. кинематски пол (α_w је нападни угао у тачки „ C “).

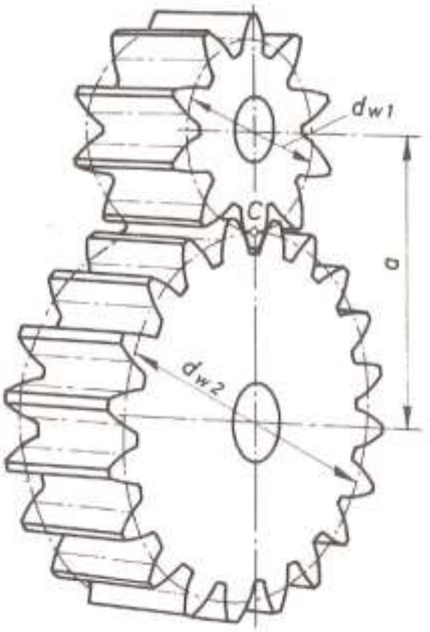
Међутим у правцу заједничке тангенте компоненте обимних брзина V_{A1} и V_{A2} нису једнаке, њихова разлика се назива брзина клизања:

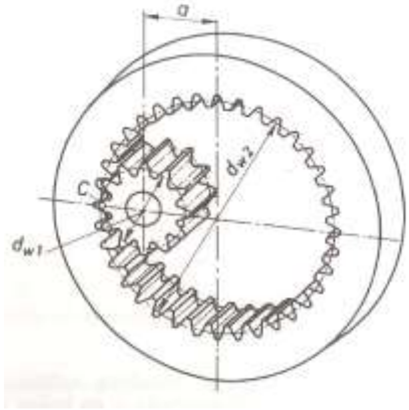
$$V_{kl} = V_{A1} \cdot \sin\alpha_{1y} - V_{A2} \cdot \sin\alpha_{2y} = r_{1y} \cdot \omega_1 \cdot \sin\alpha_{1y} - r_{2y} \cdot \omega_2 \cdot \sin\alpha_{2y} = \omega_1 \cdot \overline{AK_1} - \omega_2 \cdot \overline{AK_2} =$$

$$= \omega_1 \cdot \left(\overline{CK_1} + \overline{CA}\right) - \omega_2 \cdot \left(\overline{CK_2} - \overline{CA}\right) = \omega_1 \cdot \overline{CK_1} - \omega_2 \cdot \overline{CK_2} + \omega_1 \cdot \overline{CA} + \omega_2 \cdot \overline{CA} = \left(\omega_1 + \omega_2\right) \cdot \overline{CA}$$ при чему је:

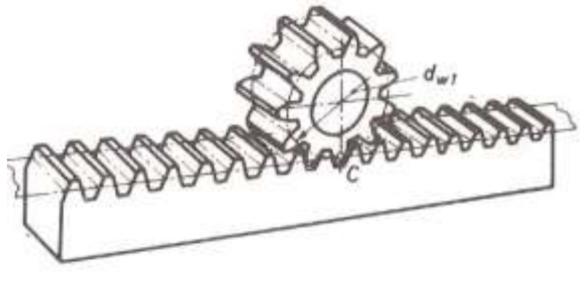
$\omega_1 \cdot \overline{CK_1} - \omega_2 \cdot \overline{CK_2} = 0$, следи из једначине (1).

Што је растојање $\overline{CA}$ веће то је брзина клизања V_{kl} већа, највеће брзине клизања су у крајњим тачкама спрезања.





унутрашњи цилиндрични зупчани пар



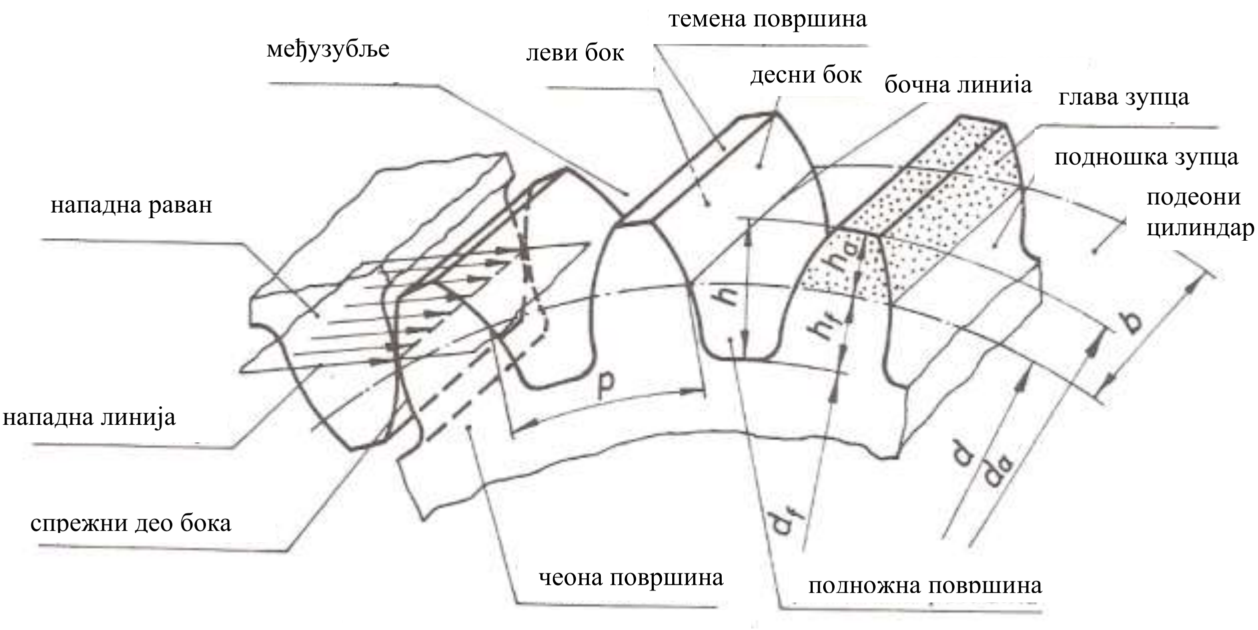
равни цилиндрични зупчани пар

спољашњи цилиндрични зупчани пар

d_{w1}, d_{w2} - пречници кинематских кружница, одређују кинематске површине!

" C " кинематски пол!

ОСНОВНИ ПОЈМОВИ



- d_a - пречник тјемене кружница,
- d_f - пречник подножне кружнице,
- **профил зупца**, пресек озубљења и равни (главна раван) управне на осу обртања – важи за цилиндричне зупчане парове,
- **бочне линије**, пресек бокова зубаца и саосних цилиндричних површина код цилиндричних зупчаника (мисли се на пресек са подеоним цилиндром),
- **зупци** су одређени обликом профила – водиљом, обликом бочне линије – изводницом,
- **подеона кружница** (d), на њој се мери корак: $d = z \cdot m$, гдје је: z - број зубаца зупчаника, m - модул зупчаника,
- **корак** (p), лучно растојање два истоимена суседна бока или профила зубаца на подеоној кружници,
- **основни корак** (p_b), растојање два суседна истоимена бока или профила дуж нормале на бокове односно профиле,
- **модул** (m), добија се математички из следећих једнакости:

  обим подеоне кружнице се рачуна $O = d \cdot \pi = z \cdot p \Rightarrow d = z \cdot \frac{p}{\pi} = z \cdot m$,
- **глава зупца**, део између подеоне и темене површине,
- **подношка зупца**, део између подеоне и подножне површине,
- **висина зупца** (h), радијално растојање темене и подножне површине,
- **додирна линија**, линија дуж које се додирују бокови два зупца,
- **нападна линија**, нормала на профил у тачки додира дуж које делује нормална сила,
- **нападна површина**, геометријско место нападних линија,
- **пресечница**, линија пресека нападне површине и бокова зубаца (код тачно израђених зупчаника се поклапа са додирном линијом),
- **доказали смо да имамо тачку** на којој су обимне брзине оба профила зупчаника једнаке. Геометријско место ових тачака представља кинематске површине (сваки зупчаник има своју), које се додирују дуж линије која представља кинематску осу,
- **пресек кинематске површине и главне равни** даје:
  - кинемтску кружницу – кинемтсаке површине се котрљају једна по другој без клизања,
  - кинемтска кружница и права – код равног зупчаног пара (зупчаник и зупчаница),
  - кинематски пол – место додира кинематских кружница,

- **кинематски преносни однос**

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2}, \; V_1 = V_2 \Rightarrow r_{w1} \cdot \omega_1 = r_{w2} \cdot \omega_2 \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{2 \cdot r_{w2}}{2 \cdot r_{w1}} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}}$$

d_{w2} - кинемтска кружница зупчаника 2

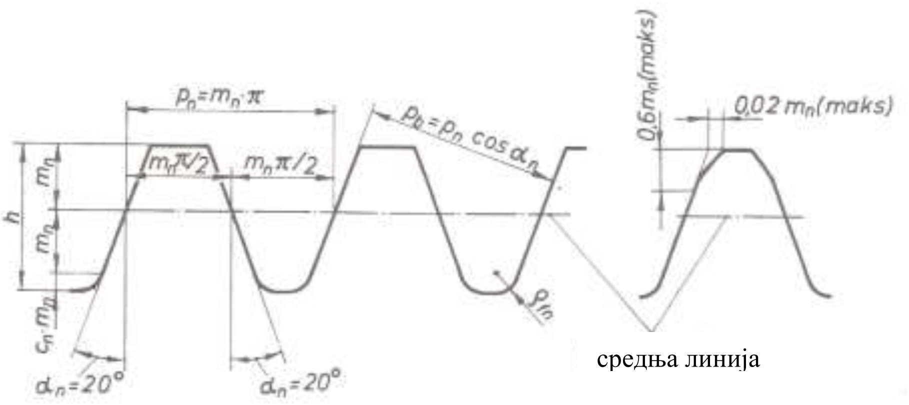
d_{w1} - кинемтска кружница зупчаника 1

$d_{w2} = d_2 \cdot \dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}$, $d_{w1} = d_1 \cdot \dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}$, доказ на страни 12,

може се писати:

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \frac{d_2 \cdot \dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}}{d_1 \cdot \dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{m \cdot z_2}{m \cdot z_1} = \frac{z_2}{z_1}$$, доказ на страни 12,

ЗУПЧАНИЦА



је цилиндрични зупчаник са бесконачно великим пречником (профили зубаца имају облик праве линије). Зупчаник чији је профил зубаца права линија погодан је за одређивање елемената спрезања и назива се основни зупчаник (омогућује примену алата са једнаким стандардним профилом за формирање зубаца зупчаника. Основни зупчаник за цилиндричне зупчанике има облик зупчанице)

Облици свих еволвентних зупчаника дефинишу се помоћу облика и профила зубаца зупчанице. Све величине зупчанице дате су у финкцији модула и имају индекс (n), изузев нападног угла нагиба профила ($\alpha_n = 20^\circ$). На средњој линији дебљина зупца једнака је ширини међузубља и то је пола корака: $\dfrac{p_n}{2}$,

Са слике следи релација: $p_b = p_n \cdot \cos\alpha_n$ - основни корак.

Подножни дио има следеће величине, $c_n = 0{,}1......0{,}3$, најчешће $c_n = 0{,}25$, а $c_{n\min} = 0{,}16$.

Полупречник (ρ_n) кривине заобљеног дела профила висине $c_n \cdot m_n$ са слике износи:

$$\rho_n - \rho_n \cdot \sin\alpha_n = c_n \cdot m_n \Rightarrow \rho_n = \frac{c_n \cdot m_n}{1 - \sin\alpha_n},$$

Стандардне величине m_n се налазе у Т 4.2 М.Е. II

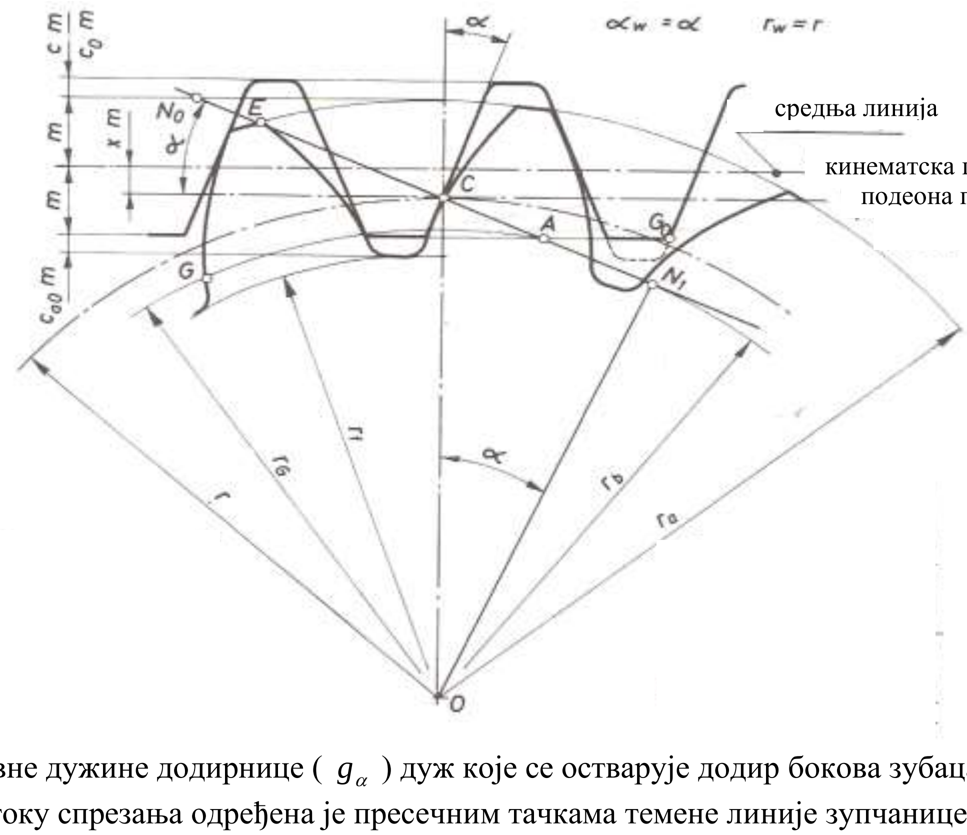
Група I:	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25	32	40	50
Група II:		1,25	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9	11	14	18	22	28	36	45

ОБЛИЦИ И ГЕОМЕТРИЈСКЕ МЕРЕ ЗУБАЦА ЗУПЧАНИКА

Облици зубаца зупчаника одређују се на основу спреге зупчаника и основне зупчанице и према слици усвојене су следеће величине:

1. кинемтска кружница зупчаника у спрези са основном зупчаницом усвојена је за подеону кружницу зупчаника $r = \frac{1}{2} \cdot m \cdot z = r_w$,
2. нападни угао еволвенте у пресеку са кинематском кружницом једнак је углу основног профила бока зупца зупчаника $\alpha = \alpha_n = 20^\circ$,
3. величина основне кружнице одређена је са $r_b = r \cdot \cos\alpha$,
4. померање профила одређено је растојањем средње линије профила од подеоне праве:
   - $+x \cdot m$ (средња линија је изван подеоне кружнице)
   - $-x \cdot m$ (средња линија сече подеону кружницу)

5. Ако је број зубаца $z > 25$ и са позитивним помјерањем профила, тада зупчаници имају релативно велике полупречнике кривине профила и дебљине зупца у подножју, па имају и већу отпорност на површински притисак и савијање,
6. Висина главе зубаца у спрези са зупчаницом одговара праволинијском делу бокова зубаца зупчанице:
   $r_a = r + m \cdot (1 + x) = m \cdot (0{,}5 \cdot z + 1 + x)$,
7. Глава алата и њен вршни дио (алатна зупћаница са $c_{a0} \cdot m$ умјесто $c \cdot m$) образују подножни профил зупца зупчаника и његове мере:
   $r_f = r - m \cdot (1 + c_{a0} - x) = m \cdot (0{,}5 \cdot z - 1 - c_{a0} + x)$,



8. Величина активне дужине додирнице (g_α) дуж које се остварује додир бокова зубаца зупчаника и зупчанице у току спрезања одређена је пресечним тачкама темене линије зупчанице (тачка A) и темене кружнице зупчаника (тачка E)
9. Прва тачка еволвентног профила (G) настаје при спрезању крајње тачке праволинијског дела алата (G_0) удаљене од средње линије за величину $h^*_{\rho 0}$, стр. 7,

$g_\alpha = \overline{EA} = \sqrt{r_a^{\,2} - r_b^{\,2}} - \overline{AN_1}$, $\overline{AN_1} = r \cdot \sin\alpha - \overline{AC} = r \cdot \sin\alpha - \dfrac{m \cdot (1-x)}{\sin\alpha}$, па се добија:

$$g_\alpha = \sqrt{r_a^{\,2} - r_b^{\,2}} - r \cdot \sin\alpha + \frac{m \cdot (1-x)}{\sin\alpha},$$

$$\rho_y = r_b \cdot tg\alpha_y = r \cdot \cos\alpha \cdot tg\alpha_y = \frac{m \cdot z}{2} \cdot \cos\alpha \cdot tg\alpha_y,$$

G_0 - крајња тачка праволинјског дела главе алата,

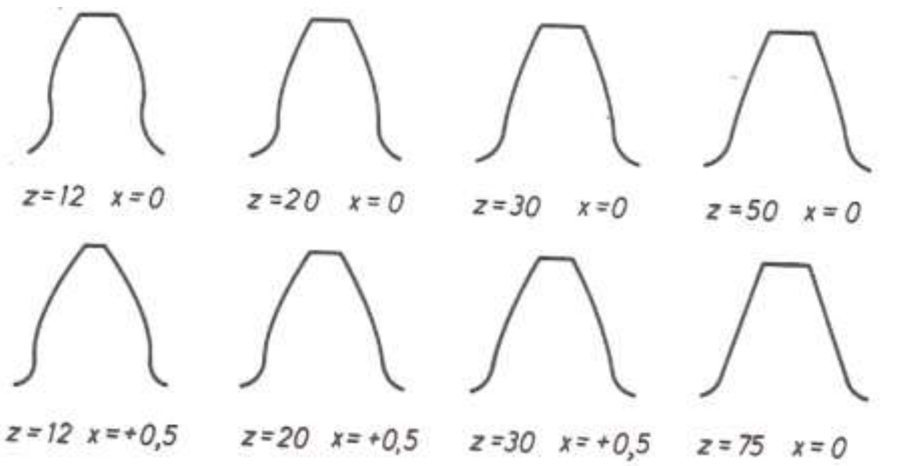
G - почетна тачка еволвентног профила у спрези,

E - крајња тачка еволвентног профила у спрези,

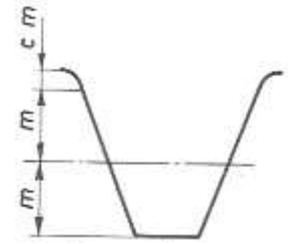
$\rho_G = 0{,}5 \cdot m \cdot z \cdot \cos\alpha \cdot tg\alpha_G$, $\rho_E = 0{,}5 \cdot m \cdot z \cdot \cos\alpha \cdot tg\alpha_E$, $\cos\alpha_G = \dfrac{r_b}{r_G}$, $\cos\alpha_E = \dfrac{r_b}{r_a}$,

$\dfrac{r_G}{m} = \sqrt{\left(0{,}5 \cdot z - h^*_{\rho 0} + x\right)^2 + \dfrac{\left(h^*_{\rho 0} - x\right)^2}{tg^2\alpha}}$ следи са слике,

Веће полупречнике кривине еволвенте и веће дебљине подножног дела зубаца, с тим и већу отпрност, имају зупчаници са већим бројем зубаца ($z > 25$), а такође и са мањим бројем зубаца ако имају позитивно померене профиле зубаца.



Алатна или резна зупчаница за израду зупчаника има стандардни профил али са повећаном и задебљаном висином главе ($c_{a0} \cdot m$) којом се израђују подножни делови зубаца.



профил зупчанице

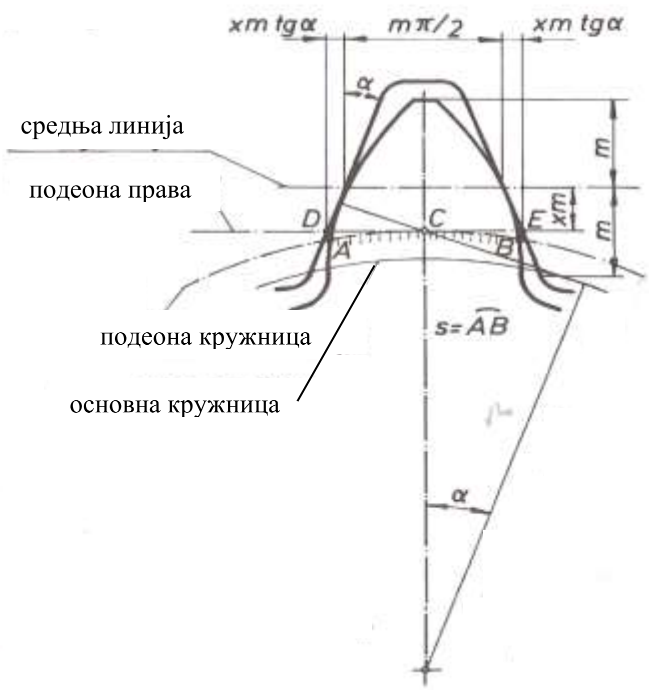
$c_{a0} \cdot m$ - висина вршног дела алата,

$c_\rho \cdot m$ - висина заобљеног дела,

$h^*_{\rho 0} \cdot m$ - удаљење тачке G_0 од средње линије,

$h^*_{\rho 0}$ и све остале константе се дају у таблицама,

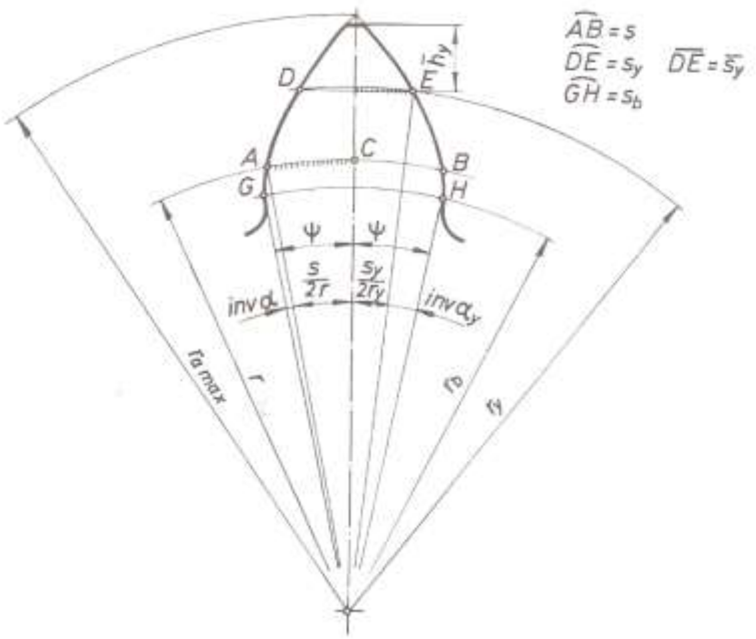
ЛУЧНА ДЕБЉИНА ЗУБАЦА ЗУПЧАНИКА НА ПОДЕОНОЈ КРУЖНИЦИ (S)



При спрезању зупчаника и зупчанице, имамо да је лучна дебљина зупца на подеоној кружници $\overset{\frown}{AB}$ једнака дужини дужи $\overline{DE}$ на подеоној правој (котрљање подеоне праве по подеоном кругу без клизања $\overset{\frown}{AB} = \overline{DE}$).

$\overset{\frown}{AB}$ - лучна дебљина зупца на подеоној правој,
$\overline{DE}$ - дужина на подеоној правој,
$S = \overset{\frown}{AB} = \overline{DE} = 0{,}5 \cdot p + 2 \cdot x \cdot m \cdot tg\alpha = m \cdot (0{,}5 \cdot \pi + 2 \cdot x \cdot tg\alpha)$

ЛУЧНА ДЕБЉИНА ЗУПЦА (S_y) НА БИЛО КОЈОЈ КРУЖНИЦИ ПРЕЧНИКА d_y



Са слике следи:

$\lambda = inv\alpha + \frac{S}{2 \cdot r} = inv\alpha_y + \frac{S_y}{2 \cdot r_y}$, одакле добијамо

једнакост: $S_y = d_y \cdot \left(\frac{S}{d} + inv\alpha - inv\alpha_y \right)$..... (1)

$\sin\left(\frac{S_y}{d_y}\right) = \frac{\overline{S_y}}{d_y} \Rightarrow \overline{S_y} = d_y \cdot \sin\left(\frac{S_y}{d_y}\right) \approx S_y - \frac{S_y^{\,3}}{6 \cdot d_y^{\,2}}$

$\overset{\frown}{AB} = S$, $\overset{\frown}{DE} = S_y$, $\overline{DE} = \overline{S_y}$ - тетивна дебљина зупца,

$\overset{\frown}{GH} = S_b$,

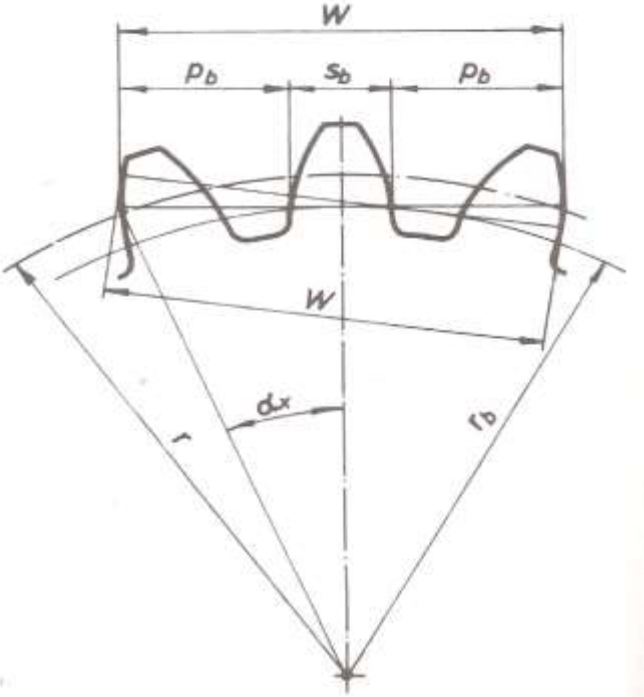
На основној кружници (d_b) је $inv\alpha_b = \Theta_b = 0$, рачунајући помоћу једначине (1) добијамо лучну дебљину зупца на основној кружници:

$S_b = d_b \cdot \left(\frac{S}{d} + inv\alpha \right)$,

Удаљење тетивне дебљине $\overline{h_y}$ од темена: $\overline{h_y} = r_a - r_y \cdot \cos(\frac{S_y}{d_y}) \approx r_a - r_y + \frac{S_y^{\,2}}{4 \cdot d_y}$,

МЕРА ПРЕКОЗУБАЦА

Потребан зазор између бокова за неометано спрезање зубаца, остварује се смањењем дебљине зубаца. Провера се врши мерењем растојања дуж заједничке нормале између разноимених бокова преко више зубаца (крајње обухваћених).



$W = (z_w - 1) \cdot p_b + S_b$,

$(z_w - 1)$ збир основних корака обухваћених зуба,

S_b - дебљина зупца на основној кружници,

$p_b = m \cdot \pi \cdot \cos\alpha$,

$S_b = d_b \cdot \left(\dfrac{S}{d} + inv\alpha \right)$,

$S = m \cdot (0{,}5 \cdot \pi + 2 \cdot x \cdot tg\alpha)$, $S = AB$ дебљина зупца на кинематској кружници,

$d_b = d \cdot \cos\alpha$,

$$W = (z_w - 1) \cdot m \cdot \pi \cdot \cos\alpha + d_b \cdot \left(\frac{m \cdot (0{,}5 \cdot \pi + 2 \cdot x \cdot tg\alpha)}{d} + inv\alpha \right) =$$

$$= z_w \cdot m \cdot \pi \cdot \cos\alpha - m \cdot \pi \cdot \cos\alpha + \cos\alpha \cdot m \cdot 0{,}5 \cdot \pi + 2 \cdot x \cdot m \cdot \sin\alpha + d \cdot \cos\alpha \cdot inv\alpha =$$

$$= z_w \cdot m \cdot \pi \cdot \cos\alpha - 0{,}5 \cdot m \cdot \pi \cdot \cos\alpha + 2 \cdot x \cdot m \cdot \sin\alpha + z \cdot m \cdot \cos\alpha \cdot inv\alpha$$

Може се писати:

$W = m \cdot \cos\alpha \cdot (\pi \cdot (z_w - 0{,}5) + z \cdot inv\alpha) + 2 \cdot x \cdot m \cdot \sin\alpha$ .... (1)

На основу услова да нормала на бокове дуж које се мери W пресеца еволвентне профиле оба зупца око средине, добија се нерни број зубаца:

$tg\alpha_x = \dfrac{\frac{W}{2}}{r_b} \Rightarrow W = 2 \cdot r_b \cdot tg\alpha_x = d_b \cdot tg\alpha_x = d \cdot \cos\alpha \cdot tg\alpha_x$ .... (2)

Изједначавањем једнчина (1) и (2) добија се:

$$z_w = \frac{z}{\pi} \cdot (tg\alpha_x - inv\alpha) - \frac{2 \cdot x \cdot tg\alpha}{\pi} + 0{,}5$$

Са слике следи релација:

$tg\alpha_x = \dfrac{1}{\cos\alpha} \cdot \sqrt{\sin^2\alpha + \dfrac{4 \cdot x}{z} \cdot \left(1 + \dfrac{x}{z}\right)}$, пробај извести сам!

ГРАНИЦЕ ЕВОЛВЕНТНИХ ПРОФИЛА ЗУБАЦА

Код зупчаника са помереним профилом (нарочито ако је број зубаца мањи од 20), темена дебљина зупца врло је мала а тиме и отпорност теменог дела зубаца. Зато се најмања дозвољена дебљина зубаца ограничава и даје у зависности од величине модула m :

- $S_{a\min} = 0{,}2 \cdot m$, за неотврднуте зупце,
- $S_{a\min} = (0{,}3 \div 0{,}4) \cdot m$, за површински отврднуте зупце,

Нулта дебљина врха је критична вредност $S_a = 0$. Са слике на страни 6 следи $inv\alpha_{a\max} = \left(\frac{S}{d}\right) + inv\alpha$,

полупречник темене кружнице $r_{a\max} \cdot \cos\alpha_{a\max} = r \cdot \cos\alpha = r_b$

$$r_{a\max} = r \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_{a\max}},$$

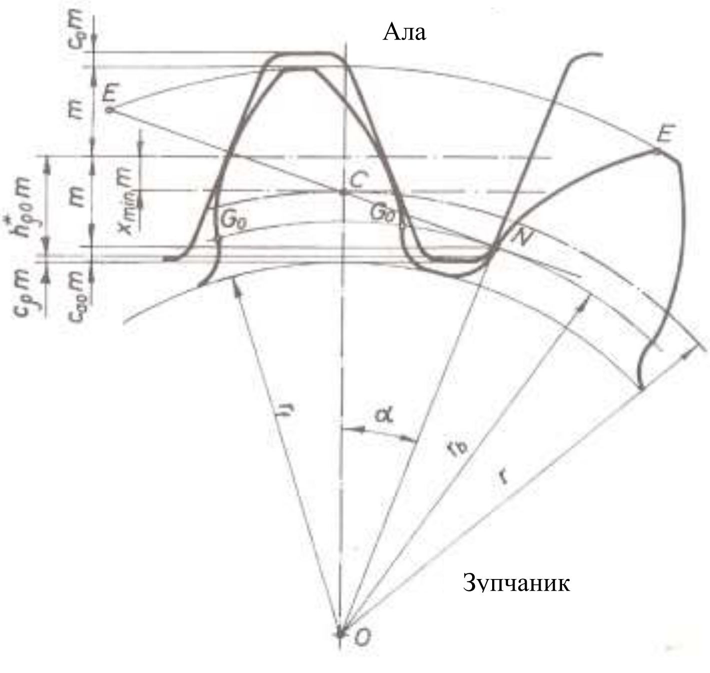
Величина критичног померања профила која се не сме достићи, износила би:

$$x_{a\max} \cdot m + m = r_{a\max} - r \Rightarrow x_{a\max} = \frac{r_{a\max} - r}{m} - 1$$

ГРАНИЦЕ ПОДНОЖНИХ ПРОФИЛА ПРИ ИЗРАДИ ЗУПЧАНИКА АЛАТНОМ ЗУПЧАНИЦОМ

Доњу границу подножног еволвентног профила представља почетна тачка еволвенте на основној кружници.

При спрезању зупчаника са алатном (резном) зупчаницом почетну тачку еволвентног профила на основној кружници зупчаника израђује прва тачка праволинијског дела главе зупца алата. Са слике:



$$m - x_{\min} \cdot m = r - r_b \cdot \cos\alpha = r \cdot (1 - \cos^2\alpha) = r \cdot \sin^2\alpha$$

$$x_{\min} = 1 - \frac{r}{m} \cdot \sin^2\alpha = 1 - \frac{z}{2} \cdot \sin^2\alpha,$$

$$x_{\min} = 0 \Rightarrow z_g = \frac{2}{\sin^2\alpha},$$

$$\alpha = 20^\circ \Rightarrow z = z_g \approx 17,$$

па се може писати:

$$x_{\min} = 1 - \frac{z}{z_g} = \frac{z_g - z}{z_g},$$

при чему је α угао основног профила,

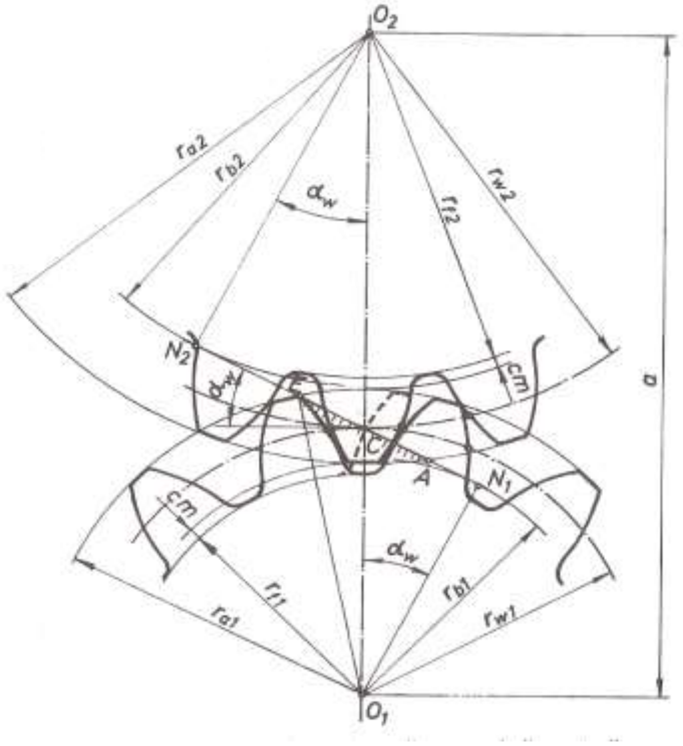
Број зубаца зупчаника код којег се поклапа прва тачка спрежног дела профила са првом тачком еволвенте на основној кружници, представља гранични број зубаца (за $x_{\min} = 0$ имамо z_g).

Прва тачка спрежног дела профила је прва тачка где долази до спрезања профила зупца са другим профилом.

ОСНОВНЕ ВЕЛИЧИНЕ ПРИ СПРЕЗАЊУ ЗУПЧАНИКА

Угао додирнице α_w

Додирница тангира основне кружнице полупречника r_{b1} и r_{b2} у тачкама N_1 и N_2. Њен положај је одређен углом α_w у односу на праву која је под правим углом на дуж $\overline{O_1O_2}$.
Како имамо котрљање кинематских кружница једне по другој без клизања, то је на кинематским кружницама дебљина зубаца једног зупчаника једнака ширини међузубља другог зупчаника:



p_w корак на кинематској кружници,
$S_{w1} = e_{w2}$
$S_{w1} + S_{w2} = e_{w1} + e_{w2} = p_w$ .... (1),
при чему је:
p_w корак на кинематској кружници,
α нападни угао еволвенте на подеоним кружницама,

$S_{w1} = d_{w1} \cdot \left(\dfrac{S_1}{d_1} + inv\alpha - inv\alpha_w \right)$,

$S_{w2} = d_{w2} \cdot \left(\dfrac{S_2}{d_2} + inv\alpha - inv\alpha_w \right)$, где су:

$S_1 = 0{,}5 \cdot p_1 + 2 \cdot x_1 \cdot m \cdot tg\alpha$ ....(A),
$S_2 = 0{,}5 \cdot p_2 + 2 \cdot x_2 \cdot m \cdot tg\alpha$ ....(B),

$S_1,\ S_2$ лучне дебљине зубаца зупчаника на подеоним кружницама,
$S_{w1},\ S_{w2}$ лучне дебљине зубаца зупчаника на кинематским кружницама,
$p_1 = p_2$ кораци на подеоним кружницама зупчаника 1 и 2 морају бити једнаки да би се зупчаници могли спрезати,

Обим кинематске кружнице зупчаника 1 се рачуна:

$d_{w1} \cdot \pi = z_1 \cdot p_{w1} \Rightarrow p_{w1} = d_{w1} \cdot \dfrac{\pi}{z_1}$ .... (2),

Обим подеоних кружница се рачуна:
$d_1 \cdot \pi = z_1 \cdot p_1$, $d_2 \cdot \pi = z_2 \cdot p_2$
Дијељењем задње две једнакости добија се:

$\dfrac{d_2}{d_1} = \dfrac{z_2 \cdot p_2}{z_1 \cdot p_1} = \dfrac{z_2}{z_1}$ .... (C),

Са претходне слике следи:
$r \cdot \cos\alpha = r_b$, $r_w \cdot \cos\alpha_w = r_b$
Дељењем задње две једнакости добија се:

$\dfrac{r_w}{r} = \dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w} \Rightarrow 2 \cdot r_w = 2 \cdot r \cdot \dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w} \Rightarrow d_w = d \cdot \dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}$ .... (3)

Сад се може доказати кинематски преносни однос:

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \frac{d_2 \cdot \dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}}{d_1 \cdot \dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha w}} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{m \cdot z_2}{m \cdot z_1} = \frac{z_2}{z_1},$$

Комбиновањем једначина (1), (2), (3), (A), (B), (C) добија се:

$$inv\alpha_w = \frac{2 \cdot (x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \cdot tg\alpha + inv\alpha,$$

Ако је: $x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow inv\alpha_w = inv\alpha \Rightarrow \alpha_w = \alpha \Rightarrow \cos\alpha_w = \cos\alpha$, па се добија:

$d_w = d$, али само кад је: $x_1 + x_2 = 0$,

d пречник подеоне кружнице

d_w пречник кинематске кружнице,

За спрегу зупчаника са непомереним профилима зубаца или са нултим збиром померања ($x_1 + x_2 = 0$) угао додирнице је једнак нападним угловима еволвенте на подеоним кружницама ($\alpha_w = \alpha$), које се у том случају поклапају са кинематским ($d_w = d$). Дакле постоји само један случај кад се кинематска и подеона кружница поклапају.

Активна дужина додирнице g_α

Представља растојање између пресечних тачака додирнице и темених кружница A и E ($g_\alpha = \overline{AE}$) и може се представити као збир делова који одговарају спрезању профила главе зубаца малог и великог зупчаника: $g_\alpha = \overline{EC} + \overline{CA}$. Слика на стр. 11: парцијалне дужине додирнице износе: $\overline{EC} = g_1 = \sqrt{{r_{a1}}^2 - {r_{b1}}^2} - r_{w1} \cdot \sin\alpha_w$, $\overline{CA} = g_2 = \sqrt{{r_{a2}}^2 - {r_{b2}}^2} - r_{w2} \cdot \sin\alpha_w$, па се добија:

$g_\alpha = \overline{EC} + \overline{CA} = g_1 + g_2 = \sqrt{{r_{a1}}^2 - {r_{b1}}^2} + \sqrt{{r_{a2}}^2 - {r_{b2}}^2} - a \cdot \sin\alpha_w$, где је:

$a = r_{w1} + r_{w2}$ осно растојање,

Додирница је геометријско мјесто тачака додира два профила, односно геометријско мјесто линија додира два бока.

Осно растојање

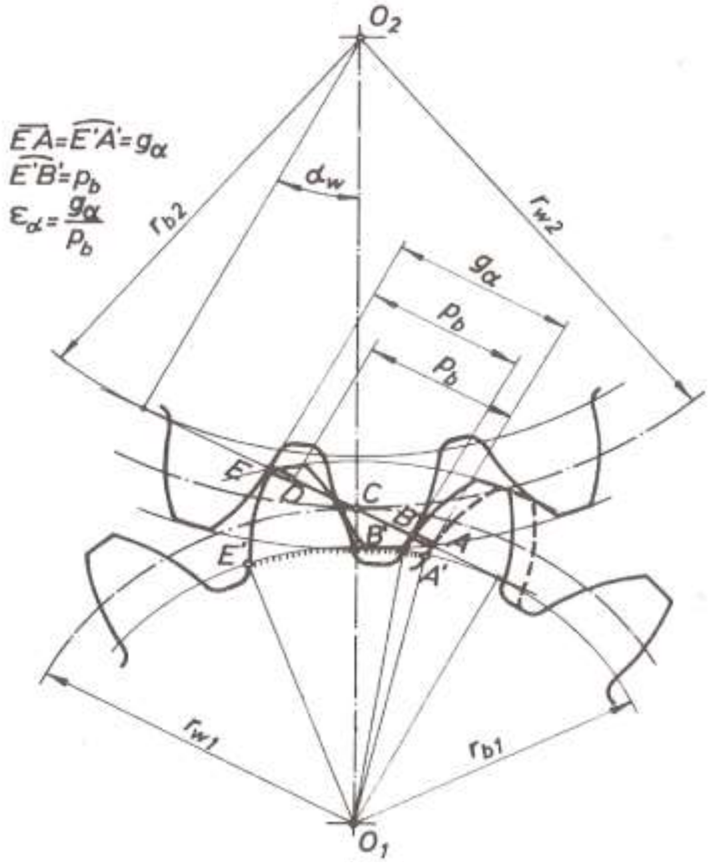
спрегнутих зупчаника без бочног зазора са бројевима зубаца z_1 и z_2, полупречницима подеоних кружница r_1 и r_2, нападним углом на истим кружницама према слици на стр. 11:

$$a = r_{w1} + r_{w2} = \frac{r_{b1} + r_{b2}}{\cos\alpha_w} = (r_1 + r_2) \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w} = 0{,}5 \cdot m \cdot (z_1 + z_2) \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w},$$

Ако је $x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow a = 0{,}5 \cdot m \cdot (z_1 + z_2) = r_1 + r_2$,

Степен спрезања профила ε_α

представља показатељ непрекидности преношења снаге и кретања са јеног зупчаника на други, дефинише се односом растојања између истоимених профила у крајњим тачкама спрезања A и E и растојања између два суседна истоимена профила мерена на истој кружници или правој.



$\overline{EA} = \overset{\frown}{E'A'} = g_\alpha$,
$\overset{\frown}{E'B'} = p_b$

$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_b}$,

Спрезање зубаца зупчаника:
Једнопарни (дуж $\overline{BD}$),и двопарни (дужи $\overline{AB}$ и $\overline{DE}$) период спрезања,

Растојање између профила у крајњим тачкама спрезања, мерено дуж нормале једнако је активној дужини додирнице $g_\alpha = \overline{AE}$, а растојање два суседна профила основном кораку p_b: $\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_b}$,

$g_\alpha = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a \cdot \sin\alpha_w$ спрега два зупчаника,

$g_\alpha = \sqrt{r_a^2 - r_b^2} - r \cdot \sin\alpha + (1-x) \cdot \frac{m}{\sin\alpha}$, спрега зупчаника и зупчанице,

$p_b = p \cdot \cos\alpha = m \cdot \pi \cdot \cos\alpha$,

$\varepsilon_\alpha = 1 \div 2$, веће вредности имају парови зупчаника са већим бројевима зубаца и са непомереним профилима,

Величина степена спрезања директно показује величину перида у којем се остварује спрезање само једног пара зубаца дуж $\overline{BD} = p_b \cdot (2 - \varepsilon_\alpha)$ и истовремено спрезање два пара зубаца дужи $\overline{AB}$ и $\overline{DE}$:

$p_b = \overline{BD} + \overline{AB}$ .... (1)

$p_b = \overline{BD} + \overline{ED}$ .... (2)

Сабирањем једначина (1) и (2) добија се:

$2 \cdot p_b = 2 \cdot \overline{BD} + \overline{AB} + \overline{ED} \Rightarrow \overline{AB} + \overline{ED} = 2 \cdot \left(p_b - \overline{BD}\right)$

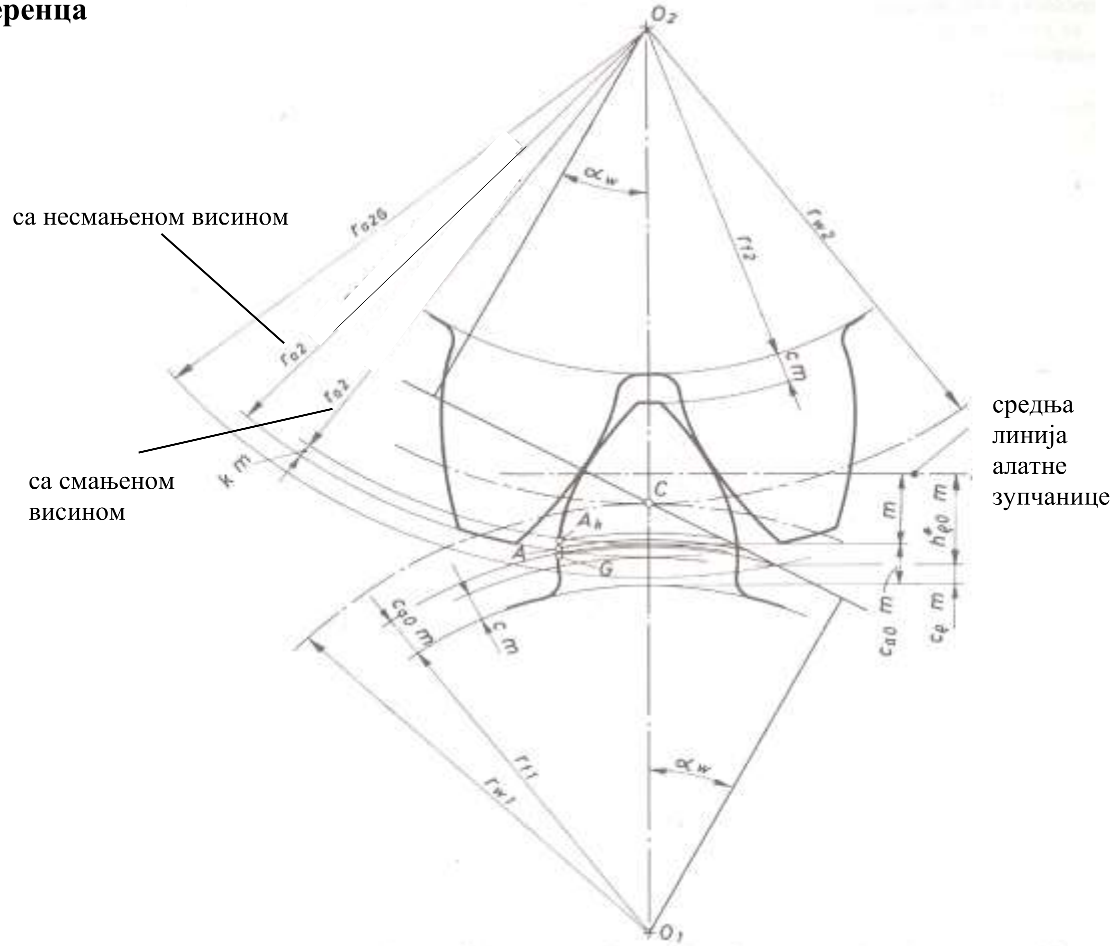
$g_\alpha = \overline{BD} + \overline{AB} + \overline{DE} = \overline{BD} + 2 \cdot \left(p_b - \overline{BD}\right) = \overline{BD} + 2 \cdot p_b - 2 \cdot \overline{BD} = 2 \cdot p_b - \overline{BD}$,

$\overline{BD} = 2 \cdot p_b - g_\alpha = p_b \cdot \left(2 - \frac{g_\alpha}{p_b}\right) = p_b \cdot (2 - \varepsilon_\alpha)$,

$\overline{AB} = p_b - \overline{BD} = p_b - p_b \cdot (2 - \varepsilon_\alpha) = p_b \cdot (1 - 2 + \varepsilon_\alpha) = p_b \cdot (\varepsilon_\alpha - 1)$,

$\overline{DE} = \overline{ED} = p_b \cdot (\varepsilon_\alpha - 1)$,

Интерференца



Спрезање зупчаника са помереним профилом:

G прва тачка еволвентног профила,

A прва тачка спрезања са несмањеном висином зубаца,

A_k прва тачка спрезања са смањеном висином зубаца,

Простор између темене површине зубаца једног зупчаника и подножне површине зубаца спрегнутог зупчаника одређује се у функцији од модула $c \cdot m$ (стр 11 слика) избором величине коефицијента теменог зазора c. Треба тежити мањим теменим зазорима јер дају веће степене спрезања, али се при томе мора водити рачуна о два ограничења:

1. темени зазор треба да обезбеди слободну циркулацију уља за подмазивање, величина зазора не би требло да је мања од $0{,}1 \cdot m$, ($c_{\min} = 0{,}1$),
2. мора се спречити спрега профила главе једног зупчаника са не еволвентним профилима подношке зубаца другог зупчаника. Реално је већа опасност од спрезања нееволвентних делова подножја малих зупчаника, па се ова спрега усваја као меродавна за проверу.
   Гранични случај (интереференца) је спрега темене тачке профила зубаца великог зупчаника и прве тачке еволвентног профила у подножју малог зупчаника. Са слике следи да прва тачка еволвентног профила G има растојање еволвентног профила од осе малог зупчаника (стр. 6):
   $\frac{r_G}{m} = \sqrt{\left(0{,}5 \cdot z - h^*_{\rho 0} + x\right)^2 + \frac{\left(h^*_{\rho 0} - x\right)^2}{tg^2\alpha}}$, и на основу претходне слике добија се једначина дозвољеног највећег пречника темене кружнице великог зупчаника:
   $\frac{r_{a2\max}}{m} = \cos\alpha \cdot \sqrt{\frac{z_2^{\,2}}{4} + \left(\frac{z_1 + z_2}{2} \cdot tg\alpha_w - \frac{z_1}{2} \cdot tg\alpha + \frac{h^*_{\rho 0} - x_1}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha}\right)^2} \geq \frac{r_{a2}}{m}$, пробај извести сам.

<u>**Интерференца**</u> – темени круг једног зупчаника залази у унутршњост основног круга другог зупчаника, долази до преклапања активних путања спрегнутих зубаца – интерефеернце, заглављаивања зубаца у току рада.

ЦИЛИНДРИЧНИ ПАРОВИ СА КОСИМ ЗУПЦИМА

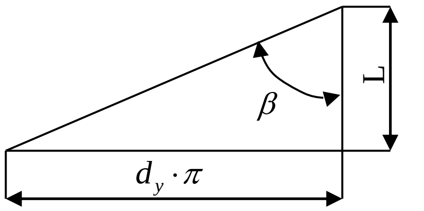
Профил се дбија тако што се замишљена раван котрља по основном цилиндру без клизања, а бок описује права која са осом обртања прави угао β_b и налази се у равни.

Права описује завојну еволвентну површ.

Пресеци еволвентне површи и главне равни су еволвенте.

Пресеци еволвентне површи и цилиндра пречника d_y су кружне завојнице.

Све ове завојнице имају исте ходове L, а различите углове између тангенте на завојницу и изводнице основног цилиндра:



$$tg\beta_y = \frac{d_y \cdot \pi}{L} \Rightarrow L = \frac{d_y \cdot \pi}{tg\beta_y} = \frac{d \cdot \pi}{tg\beta} = \frac{d_b \cdot \pi}{tg\beta_b}$$

Посматрајући задње две једнакости добија се: $tg\beta_b = \frac{d_b}{d} \cdot tg\beta$, где је:

β угао нагиба завојнице на подеоном кругу,

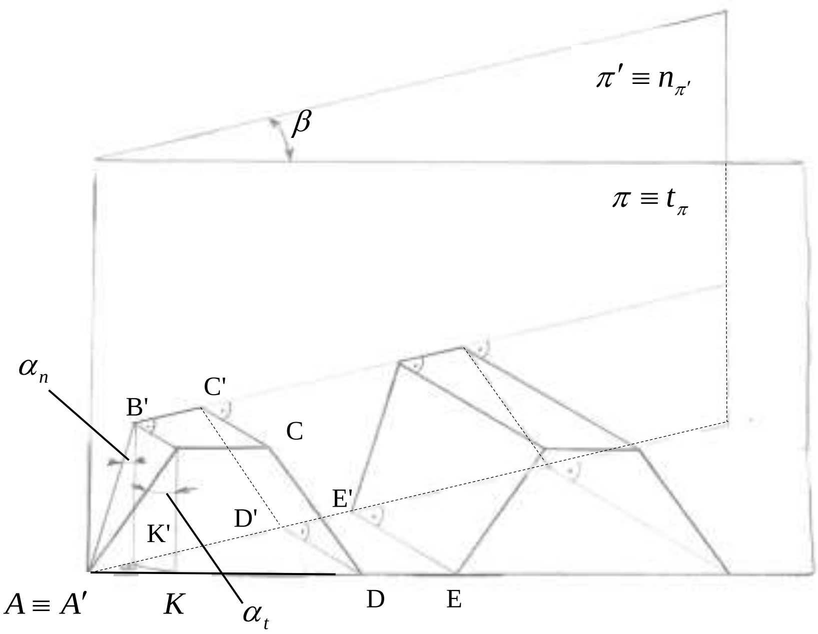
β_b угао нагиба завојнице на основном кругу,

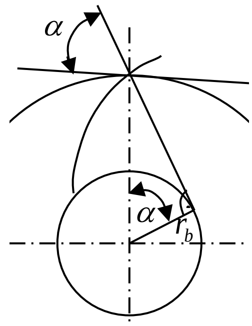
Зупчаница

Индекс „ t “ величине у главном пресеку (пресек у равни управној на кинематску осу. Одређују се на основу веза са стандардним): α_t, m_t, p_t, h_t^*, c_t

Индекс „ n “ величине у бочном пресеку (пресек у равни нормалној на бокове зубаца). Ове величине су стандардизоване: α_n, m_n, p_n, h_n^*, c_n

Раније смо извели изразе: $r_b = r \cdot \cos\alpha$, у чеоном пресеку важи: $\alpha = \alpha_t$, одакле следи да је: $\frac{r_b}{r} = \frac{d_b}{d} = \cos\alpha_t$, на основу чега добијамо релацију: $tg\beta_b = \cos\alpha_t \cdot tg\beta$,





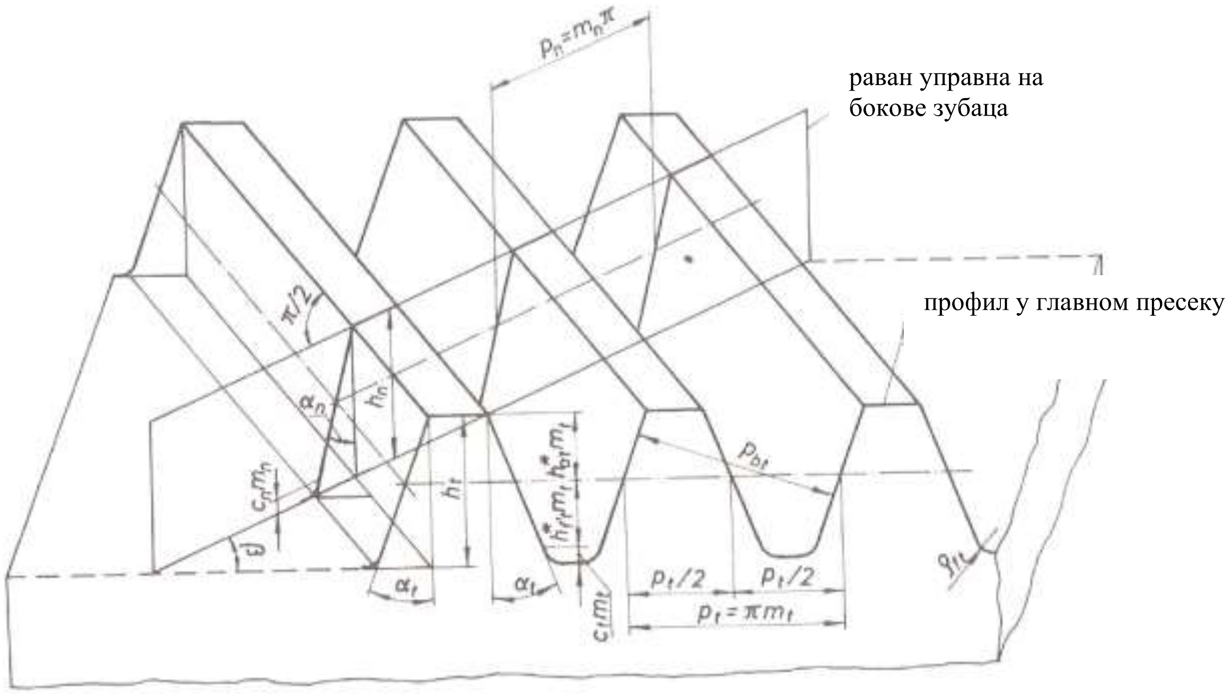
Бочне линије косозубе зупчанице су праве линије, али стоје косо под углом β у односу на кинематску осу, па зупци имају кос облик (по томе су зупчани парови и добили име).

Профили зубаца се посматрају у два пресека (у главном и бочном). Посматрајмо слику, имамо тачке A, B, C, D, E, K и угао α_t. Пројектујмо тачке на раван π'

(бочни пресек) под правим углом, најкраће растојање. Добијамо тачке: A', B', C', D', E', K' и угао α_n

$\measuredangle\ ABK = \alpha_t$

$\measuredangle\ A'B'K' = \alpha_n, tg\alpha_t = \dfrac{\overline{AK}}{\overline{BK}} = \dfrac{\overline{AK}}{\overline{AK'}} \cdot \dfrac{\overline{AK'}}{\overline{BK}} = \dfrac{1}{\cos\beta} \cdot tg\alpha_n,\ tg\alpha_n = \dfrac{\overline{AK'}}{\overline{B'K'}},\ \cos\beta = \dfrac{\overline{AK'}}{\overline{AK}}$



$p_t = \overline{AE}$, $p_n = \overline{AE'}$, $\cos\beta = \dfrac{\overline{AE'}}{\overline{AE}} \Rightarrow \dfrac{p_t}{p_n} = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AE'}} = \dfrac{1}{\cos\beta} \Rightarrow p_t = \dfrac{p_n}{\cos\beta}$,

$p_t = m_t \cdot \pi$, $p_n = m_n \cdot \pi$, $\Rightarrow m_t \cdot \pi = \dfrac{m_n \cdot \pi}{\cos\beta} \Rightarrow m_t = \dfrac{m_n}{\cos\beta}$,

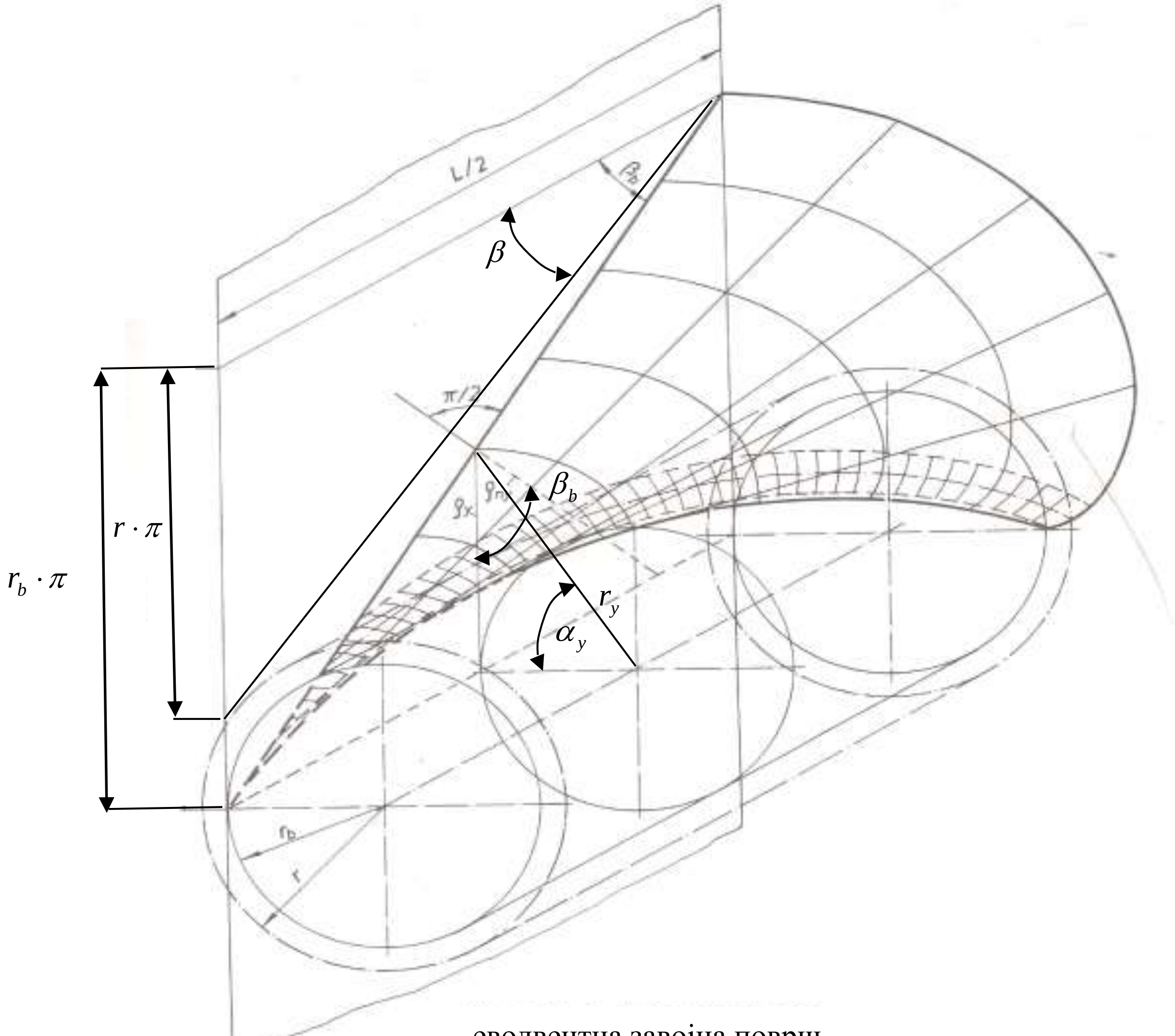
$h_t^* = h_n^* \cdot \cos\beta$, $c_t = c_n \cdot \cos\beta$, фактори висине зубаца,

$p_{bt} = p_t \cdot \cos\alpha_t$,

L ход завојнице,

$tg\beta_b = \dfrac{r_b \cdot \pi}{\frac{L}{2}}$, $tg\beta = \dfrac{r \cdot \pi}{\frac{L}{2}}$ $\Rightarrow tg\beta_b = tg\beta \cdot \dfrac{r_b}{r} = \cos\alpha_t \cdot tg\beta$,

У пресецима управним на бокове зубаца, профили зубаца одступају од еволвентних и имају полупречник кривине профила ρ_{ny} већи од полупречника кривине еволвенте у односу: $\rho_{ny} = \dfrac{\rho_y}{\cos\beta_b}$,



еволвентна завојна површ

раније смо извели израз:

$$tg\alpha_t = \frac{1}{\cos\beta} \cdot tg\alpha_n \Rightarrow \frac{\sin\alpha_t}{\sin\alpha_n} \cdot \frac{\cos\alpha_n}{\cos\alpha_t} = \frac{1}{\cos\beta} \Rightarrow \frac{\sin\alpha_t}{\sin\alpha_n} = \frac{1}{\cos\beta} \cdot \frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_n},$$

коришћењем једнакости: $\frac{tg\beta_b}{tg\beta} = \cos\alpha_t$ добија се:

$$\frac{\sin\alpha_t}{\sin\alpha_n} = \frac{1}{\cos\beta} \cdot \frac{tg\beta_b}{tg\beta \cdot \cos\alpha_n} = \frac{tg\beta_b}{\sin\beta \cdot \cos\alpha_n} \quad \text{...} \ (1),$$

у чеоном пресеку важи једнакост (погледај прву страну): $\sin\alpha_t = \frac{\rho_t}{r_t}$,

у бочном пресеку важи: $\sin\alpha_n = \frac{\rho_n}{r_n}$,

дељењем задње две једнакости добија се: $\frac{\sin\alpha_t}{\sin\alpha_n} = \frac{\rho_t}{\rho_n} \cdot \frac{r_n}{r_t} = \cos\beta_b \cdot \frac{r_n}{r_t}$ .... (2),

при чему је искориштена једнакост са слике: $\rho_t = \rho_n \cdot \cos\beta_b$,

изједначавањем једначина (1) и (2) добија се:

$$\cos\beta_b \cdot \frac{r_n}{r_t} = \frac{tg\beta_b}{\sin\beta \cdot \cos\alpha_n} = \frac{\sin\beta_b}{\cos\beta_b} \cdot \frac{1}{\sin\beta \cdot \cos\alpha_n} \Rightarrow \frac{r_n}{r_t} = \frac{\sin\beta_b}{\cos^2\beta_b} \cdot \frac{1}{\sin\beta \cdot \cos\alpha_n} \text{ ....(A)},$$

треба доказати једнакост: $\sin\alpha_t = \dfrac{\sin\alpha_n}{\cos\beta_b} \Rightarrow \dfrac{\sin\alpha_t}{\sin\alpha_n} = \dfrac{1}{\cos\beta_b}$,

из једначине (1) следи једнакост: $\dfrac{\sin\alpha_t}{\sin\alpha_n} = \dfrac{1}{\cos\beta_b} \cdot \dfrac{\sin\beta_b}{\sin\beta\cdot\cos\alpha_n}$,

посматрањем задње две једначине закључујемо да се доказ своди на доказивање једнакости:

$$\frac{\sin\beta_b}{\sin\beta\cdot\cos\alpha_n} = 1$$

посматрањем пресека завојне еволвентне површи у главном и бочном пресеку уочавају се једнакости:

$tg\alpha_n = \dfrac{\rho_n}{r_{bn}}$, $tg\alpha_t = \dfrac{\rho_t}{r_{bt}}$ одакле се добија: $\dfrac{tg\alpha_n}{tg\alpha_t} = \cos\beta = \dfrac{\rho_n}{r_{bn}}\cdot\dfrac{r_{bt}}{r_{bn}} = \dfrac{1}{\cos\beta_b}\cdot\dfrac{r_{bt}}{r_{bn}} \Rightarrow \dfrac{r_{bt}}{r_{bn}} = \cos\beta\cdot\cos\beta_b$ .... (B)

$r_n^{\ 2} = \rho_n^{\ 2} + r_{bn}^{\ 2}$ .... (3)

$r_t^{\ 2} = \rho_t^{\ 2} + r_{bt}^{\ 2}$, уврштавањем једначина (A) и (B) у последњу једначину добија се:

$\dfrac{\cos^4\beta_b\cdot\sin^2\beta\cdot\cos^2\alpha_n}{\sin^2\beta_b}\cdot r_n^{\ 2} = \rho_n^{\ 2}\cdot\cos^2\beta_b + \cos^2\beta_b\cdot\cos^2\beta\cdot r_{bn}^{\ 2}$, сређивањем:

$\dfrac{\cos^2\beta_b\cdot\sin^2\beta\cdot\cos^2\alpha_n}{\sin^2\beta_b}\cdot r_n^{\ 2} = \rho_n^{\ 2} + \cos^2\beta\cdot r_{bn}^{\ 2}$ .... (4)

одузимањем једначина (3) и (4) добија се:

$\left(1 - \dfrac{\cos^2\beta_b\cdot\sin^2\beta\cdot\cos^2\alpha_n}{\sin^2\beta_b}\right)\cdot r_n^{\ 2} = \left(1-\cos^2\beta\right)\cdot r_{bn}^{\ 2}$, дељењем са $r_n^{\ 2}$ добија се:

$\left(1 - \dfrac{1}{tg^2\beta_b}\cdot\sin^2\beta\cdot\cos^2\alpha_n\right)\cdot\dfrac{r_n^{\ 2}}{r_n^{\ 2}} = \left(1-\cos^2\beta\right)\cdot\dfrac{r_{bn}^{\ 2}}{r_n^{\ 2}} = \sin^2\beta\cdot\cos^2\alpha_n$,

$1 - \dfrac{1}{tg^2\beta_b}\cdot\sin^2\beta\cdot\cos^2\alpha_n = \sin^2\beta\cdot\cos^2\alpha_n$,

$1 = \left(1 + \dfrac{1}{tg^2\beta_b}\right)\cdot\sin^2\beta\cdot\cos^2\alpha_n = \dfrac{\cos^2\beta_b + \sin^2\beta_b}{\cos^2\beta_b}\cdot\sin^2\beta\cdot\cos^2\alpha_n = \dfrac{\sin^2\beta\cdot\cos^2\alpha_n}{\sin^2\beta_b}$ одакле следи:

$1 = \dfrac{\sin\beta_b}{\sin\beta\cdot\cos\alpha_n}$ доказ завршен, кориштењем добијеног израза у горњим једначинама добијамо:

$\dfrac{\sin\alpha_t}{\sin\alpha_n} = \dfrac{1}{\cos\beta_b}$, $\dfrac{r_n}{r_t} = \dfrac{1}{\cos^2\beta_b}$,

$\sin\alpha_y = \dfrac{\rho_y}{r_y}$, α_y - нападни угао профила, угао нормале - нападне линије у посматраној тачки и тангенте повучене на кружницу кроз исту тачку. Профили зубаца са овим полупречницима кривине одговарали би приближно профилима зубаца неког замишљеног правозубог зупчаника чији је број зубаца z_n.

$\sin\alpha_t = \dfrac{\sin\alpha_n}{\cos\beta_b}$, како је: $tg\alpha_t = \frac{1}{\cos\beta} \cdot tg\alpha_n \Rightarrow \frac{\sin\alpha_t}{\cos\alpha_t} = \frac{\sin\alpha_n}{\cos\alpha_n \cdot \cos\beta}$, уврштавањем претходне једначине следи:

$$\frac{\sin\alpha_n}{\cos\alpha_t \cdot \cos\beta_b} = \frac{\sin\alpha_n}{\cos\alpha_n \cdot \cos\beta} \Rightarrow \cos\alpha_t = \frac{\cos\alpha_n \cdot \cos\beta}{\cos\beta_b},$$

са слике са прве стране следи једнакост: $\rho_y = r_{by} \cdot tg\alpha_y = r_y \cdot \cos\alpha_y \cdot tg\alpha_y = \frac{m_y \cdot z_y}{2} \cdot \cos\alpha_y \cdot tg\alpha_y$, може се писати:

$$\rho_n = \frac{m_n \cdot z_n}{2} \cdot \cos\alpha_n \cdot tg\alpha_n,$$

$$\rho_t = \frac{m_t \cdot z_t}{2} \cdot \cos\alpha_t \cdot tg\alpha_t,$$

$$\frac{\rho_t}{\rho_n} = \cos\beta_b = \frac{\frac{m_t \cdot z_t}{2} \cdot \cos\alpha_t \cdot tg\alpha_t}{\frac{m_n \cdot z_n}{2} \cdot \cos\alpha_n \cdot tg\alpha_n} = \frac{z_t \cdot \cos\beta}{\cos\beta \cdot z_n \cdot \cos\beta_b \cdot \cos\beta},$$ одакле се добија:

$$z_n = \frac{z_t}{\cos^2\beta_b \cdot \cos\beta} \approx \frac{z_t}{\cos^3\beta},$$

како је $\cos\beta < 1 \Rightarrow z_n > z_t$,

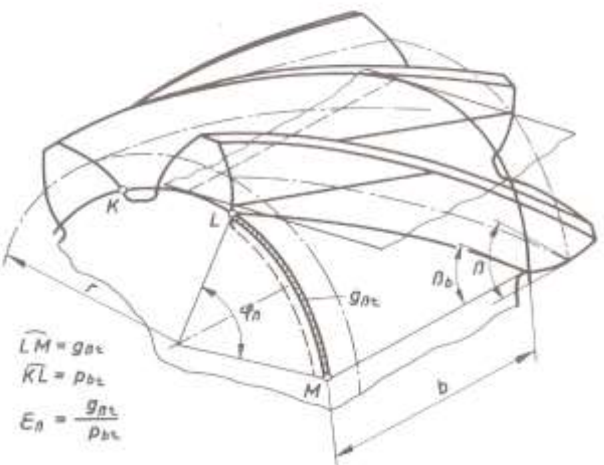
при добијању наведене законитости искориштене су раније изведене релације:

$$\frac{m_t}{m_n} = \frac{1}{\cos\beta}, \ \frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_n} = \frac{\cos\beta}{\cos\beta_b}, \ \frac{tg\alpha_t}{tg\alpha_n} = \frac{1}{\cos\beta},$$

ОСНОВНЕ ВЕЛИЧИНЕ И СВОЈСТВА КОСОЗУБИХ ЗУПЧАНИХ ПАРОВА

Спрезање еволвентних профила завојних зубаца у главном пресеку одговара спрезању профила правозубих зупчаника у истом пресеку, па се стога кинематски односи одређени за правозубе зупчане парове могу непосредно применити и за косозубе зупчанике, али за спрезање профила у главном пресеку. Ове величине и односи су:

Степен спрезања



$$\widehat{LM} = g_{\beta t}$$
$$\widehat{KL} = p_{bt}$$
$$\varepsilon_\beta = \frac{g_{\beta t}}{p_{bt}}$$

При спрезању предњих чепних површина (профила) завојних зубаца пређени лук на основној кружници раван је активној дужини додирнице профила $g_{\alpha t}$, као код правозубих зупчаних парова, одговарајући степен спрезања профила $\varepsilon_\alpha = \frac{g_{\alpha t}}{p_{bt}}$.

При даљем спрезању бокова зубаца зупчаник пређе угао φ_β, односно лук на основној кружници $g_{\beta t} = b \cdot tg\beta_b$, степен спрезања бочних линија:

$$\varepsilon_\beta = \frac{b \cdot tg\beta_b}{p_{bt}} = \frac{b \cdot tg\beta_b \cdot \cos\beta}{m_n \cdot \pi \cdot \cos\alpha_t} = \frac{b \cdot tg\beta \cdot \cos\alpha_t \cdot \cos\beta}{m_n \cdot \pi \cdot \cos\alpha_t} = \frac{b \cdot \sin\beta}{m_n \cdot \pi},$$

Коришћене су раније изведене једначине:

$$p_{bt} = p_t \cdot \cos\alpha_t = m_t \cdot \pi \cdot \cos\alpha_t = \frac{m_n \cdot \pi \cdot \cos\alpha_t}{\cos\beta},$$

$$tg\beta_b = tg\beta \cdot \cos\alpha_t,$$

Пречници подеоних и основних кружница

$$d = m_t \cdot z, \qquad d = \frac{m_n \cdot z}{\cos\beta},$$

$$d_b = d \cdot \cos\alpha_t \qquad d_b = m_t \cdot z \cdot \cos\alpha_t,$$

Померања профила у оба пресека су иста

$$x_t \cdot m_t = x_n \cdot m_n \qquad \Rightarrow \qquad x_t = x_n \cdot \cos\beta$$

Лучна дебљина зупца на подеоној кружници у главном пресеку

$$S_t = m_t \cdot (0{,}5 \cdot \pi + 2 \cdot x \cdot tg\alpha_t)$$

Лучна дебљина зупца у равни нормалој на бокове, погодној за мерење

$$S_n = m_n \cdot (0{,}5 \cdot \pi + 2 \cdot x_n \cdot tg\alpha_n)$$

Мера преко зубаца

Врши се смао у равни управној на бокове, како би се омогућило да додирне површине мерног инструмента тангирају бокове зубаца, па са величинама у овој равни износи:

$$W = m_n \cdot \cos\alpha_n \cdot [\pi \cdot (z_w - 0{,}5) + z \cdot inv\alpha_t] + 2 \cdot x_n \cdot m_n \cdot \sin\alpha_n,$$

При томе је највиша мера преко зубаца ограничена ширином зупчаника:

$$W_{\max} = \frac{b}{\sin\beta},$$

Број зубаца преко којих се врши мерење:

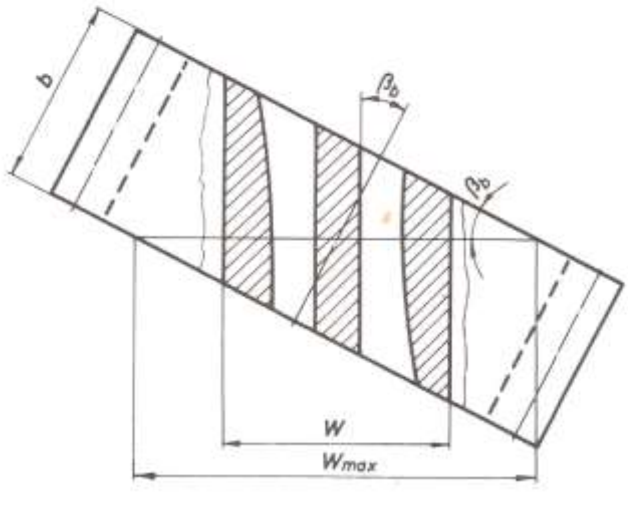
$$z_w = \frac{z}{\pi} \cdot \left(\frac{tg\alpha_{tx}}{\cos^2\beta_b} - inv\alpha_t \right) - \frac{2 \cdot x_t \cdot tg\alpha_t}{\pi} + 0{,}5,$$

Ако је без померања профила, $x_t = 0$, $\alpha_{tx} = \alpha_t$:

$$z_w = \frac{z}{\pi} \cdot (\alpha_t + tg\alpha_t \cdot tg^2\beta_b) + 0{,}5$$

Нападни угао око средине зубаца α_{tx}:

$$tg\alpha_{tx} = \frac{1}{\cos\alpha_t} \cdot \sqrt{\sin^2\alpha_t + \frac{4 \cdot x_t}{z} \cdot \left(1 + \frac{x_t}{z}\right)},$$



Минимално померање профила

Да у току израде не настане подсецање зубаца. Користећи величине замишљеног еквивалентног зупчаника са $z_n \approx \dfrac{z}{\cos^3 \beta}$ имамо:

$x_{n\min} = 1 - 0{,}5 \cdot z_n \cdot \sin^2 \alpha_n$, $\quad x_{t\min} = x_{n\min} \cdot \cos\beta$,

Гранични број зубаца се одређује са величинама у бочној равни:

$z_g = \dfrac{2 \cdot \cos^2 \beta_b \cdot \cos\beta}{\sin^2 \alpha_n}$, за $\alpha_n = 20^\circ \Rightarrow z_g = 17{,}1 \cdot \cos^2 \beta_b \cdot \cos\beta$, мањи него код правозубих јер је $\cos^2 \beta_b \cdot \cos\beta < 1$, значајна предност!

Угао додирнице

$inv\alpha_{tw} = \dfrac{x_{t1} + x_{t2}}{z_1 + z_2} \cdot 2 \cdot tg\alpha_t + inv\alpha_t$, са величинама у главној равни,

$inv\alpha_{tw} = \dfrac{x_{n1} + x_{n2}}{z_1 + z_2} \cdot 2 \cdot tg\alpha_n + inv\alpha_t$, са величинама у бочној равни,

Осно растојање

$a = (r_1 + r_2) \cdot \dfrac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{tw}}$, $\qquad a = 0{,}5 \cdot m_t \cdot (z_1 + z_2) \cdot \dfrac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{tw}}$,

Пречници подножних кружница са величинама у оба пресека

$d_f = d - 2 \cdot m_t \cdot \left(h_{at}^* + c_{a0t} - x_t\right)$,
$d_f = d - 2 \cdot m_n \cdot \left(1 + c_{a0} - x_n\right)$,

Коефицијент висине вршног дела главе алата c_{a0} у бочном пресеку усвајати према препорукама за праве зупце.

Пречници темених кружница са величинама у главној и бочној равни

$d_a = d + 2 \cdot m_t \cdot \left(h_{at}^* + x_t\right)$,
$d_a = d + 2 \cdot m_n \cdot \left(1 + x_n\right)$,

Наведене једначине се могу примењивати и за зупчане парове са помереним профилима ако је збир коефицијената померања: $x_{t1} + x_{t2} < 0{,}75$ најповољнији кинематски односи!
$c_{a0} = 0{,}25$ првенствено!